NOMS Prénoms des élèves du groupe :

-
-
-
-

Travail de groupe n° 3

1 heure

	Exercice 1	Exercice 2	Figure	BONUS	Tenue du groupe
Total	4	10	5	2	1

Exercice 1

Déterminer l'ensemble des points du plan complexe M dont l'affixe z vérifie l'équation : $\dfrac{|z-3+i|}{|z+5-2i|}=1$

Exercice 2

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation (E) d'inconnue z :

$$z^2-8z+64=0$$

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$.

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a=4+4\mathrm{i}\sqrt{3}$, $b=4-4\mathrm{i}\sqrt{3}$ et $c=8\mathrm{i}$.
   (a) Calculer le module et un argument du nombre a.
   (b) Donner la forme exponentielle des nombres a et b.
   (c) Montrer que les points A, B et C sont sur un même cercle $(\mathcal{C})$ de centre O dont on déterminera le rayon.
   (d) Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$, en laissant les traits de construction, dans le repère mis **au verso de ce sujet**.

   Pour la suite de l'exercice, on pourra s'aider de la figure de la question **2. d.** complétée au fur et à mesure de l'avancement des questions, toujours en laissant les traits de construction.

3. On considère les points A′, B′ et C′ d'affixes respectives $a'=a\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$, $b'=b\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$ et $c'=c\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$.
   (a) Montrer que $b'=8$.
   (b) Calculer le module et un argument du nombre a'.

   Pour la suite on admet que $a'=-4+4\mathrm{i}\sqrt{3}$ et $c'=-4\sqrt{3}+4\mathrm{i}$.

4.(a) On note r, s et t les affixes des milieux respectifs R, S et T des segments [A′B], [B′C] et [C′A].

   Calculer r et s. On admet que $t=2-2\sqrt{3}+\mathrm{i}\left(2+2\sqrt{3}\right)$.

   (b) Quelle conjecture peut-on faire quant à la nature du triangle RST ? Justifier ce résultat.

BONUS Soit ABC un triangle dont le centre du cercle circonscrit est O.

Notons a, b et c les affixes respectives des points A, B et C dans le plan complexe, muni d'un repère orthonormal $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$.

1.(a) Montrer que $w = \overline{b}c - b\overline{c}$ est un imaginaire pur.

En déduire qu'il en est de même pour $(b+c)(\overline{b}-\overline{c})$ et $\dfrac{b+c}{b-c}$

(b) Notons H le point vérifiant l'égalité vectorielle $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.

En utilisant le résultat précédent, montrez que H est l'orthocentre de ABC.

2. Notons G le centre de gravité de ABC.

Montrer que O, G et H sont alignés.